Приложение 2 к РПД
Численные методы
09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Направленность (профиль)
Технологии разработки веб-приложений
Форма обучения – очная
Год набора – 2023

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника
3.	Направленность (профиль)	Технологии разработки веб-приложений
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.17.03 Численные методы
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2023

2. Перечень компетенций

– **ОПК-9**: Способен осваивать методики использования программных средств для решения практических задач

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
Решение уравнений и систем уравнений	ОПК-9	основные понятия курса «численные методы»	оценивать погрешность вычислений, решать нелинейные уравнения и системы линейных уравнений.	алгоритмами решения уравнений и систем уравнений	Лабораторные работы 1-4
Решение систем линейных уравнений прямыми методами	ОПК-9	современные направления развития численных методов	применять алгоритмы интерполяции и другие способы приближения функций многочленами	методами интерполяции	Лабораторные работы 5,6
Решение систем линейных уравнений итерационными методами	ОПК-9	приложения численных методов к решению практических задач	использовать программное и инструментальное обеспечение для решения численных задач	способами доказательства основных теорем	Лабораторные работы 7
Работа с матрицами	ОПК-9	литературу по численным методам (учебники и сборники задач, книги и т.д.).	анализировать полученные результаты	алгоритмами численного решения дифференциальных уравнений	Лабораторная работа 8, 9, 10
Приближение функций	ОПК-9	литературу по численным методам (учебники и сборники задач, книги и т.д.).	анализировать полученные результаты	алгоритмами интерполирования	Лабораторная работа 11, 12, 13
Численное дифференцирование и интегрирование	ОПК-9	литературу по численным методам (учебники и сборники задач, книги и т.д.).	анализировать полученные результаты	алгоритмами численного дифференцирования и интегрирования	Лабораторная работа 14
Численное решение дифференциальных уравнений	ОПК-9	литературу по численным методам (учебники и сборники задач, книги и т.д.).	анализировать полученные результаты	алгоритмами численного решения дифференциальных уравнений	Лабораторная работа 15

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы: «неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Лабораторная работа с 1-8

2-3 балла выставляется, если студент решил все поставленные задачи на лабораторной работе.
1– балл выставляется, если студент ответил на половину вопросов лабораторной работы.
0 баллов - если студент не сделал лабораторную.

№	Тема лабораторной работы	Балы
1.	Решение нелинейных уравнений.	от 0 до 6
2.	Решение системы линейных уравнений методом Гаусса, Гаусса-Жордана	от 0 до 3
3.	Решение системы линейных уравнений методом вращений	от 0 до 3
4.	Решение системы линейных уравнений методом наискорейшего спуска и сопряженных градиентов	от 0 до 3
5.	Вычисление обратной матрицы	от 0 до 3
6.	Вычисление собственных чисел симметрической матрицы	от 0 до 3
7.	Вычисление собственных чисел произвольной матрицы	от 0 до 3
8.	Кубические сплайны	от 0 до 3
9.	Интерполирование функции. Полиномы Лагранжа	от 0 до 2
10.	Интерполирование функции. Полиномы Ньютона	от 0 до 2
11.	Численное интегрирование	от 0 до 3
12.	Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Задача Коши	от 0 до 3

4.2. Коллоквиум

За ответы на вопросы коллоквиума студент получает от 0 до 20 баллов.

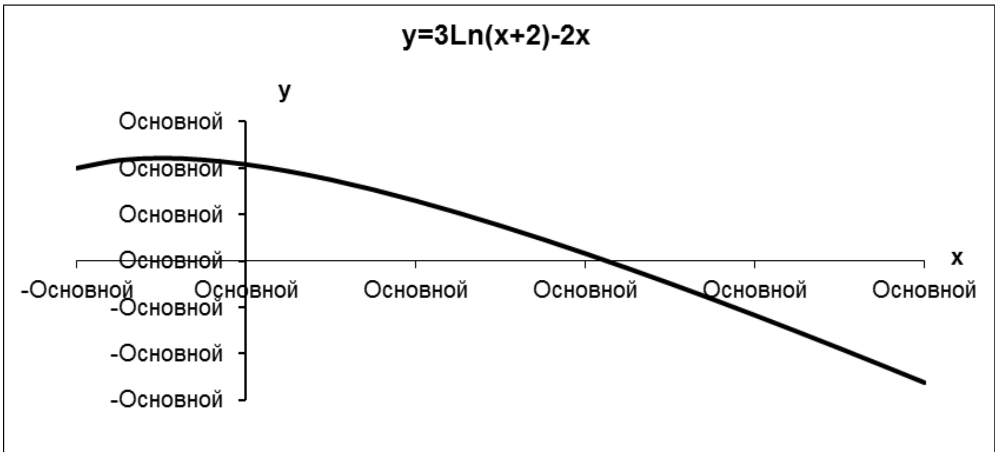
5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Типовое задание/ Образец выполнения лабораторной работы № 0
(Решение нелинейных уравнений. Метод половинного деления.)

Постановка задачи. Найти корень нелинейного уравнения $F(x) \equiv 3 \cdot \ln(x+2) - 2 \cdot x = 0$ методом итерации с точностью $\varepsilon = 0,0001$.

Решение задачи. Отделим корень уравнения на отрезке $[-1;\, 4]$ графическим методом. Для этого табулируем функцию $y(x) = 3 \cdot \ln(x+2) - 2x$ на данном отрезке.

Имеем $\varepsilon = 0,0001$, $a = -1$, $b = 4$, $n = 20$, $h = 0,25$



Выделим отрезок $[1;3]$, содержащий изолированный корень, для уточнения которого применим метод половинного деления по схеме $\tilde{\xi} = \dfrac{a_n + b_n}{2}$, $\Delta_{\tilde{\xi}} = \dfrac{b_n - a_n}{2}$, $n = 0,1,2,\dots$, где $b_n - a_n = \dfrac{b_{n-1} - a_{n-1}}{2} = \dfrac{b-a}{2^n}$,

$F(a_n)\cdot F(b_n)<0$. Полагая $a_0=1$, $b_0=3$, а так же условие остановки деления отрезка пополам $\Delta_{\tilde{\xi}}=\dfrac{b_n-a_n}{2}\le\varepsilon$, составим таблицу

a_i	b_i	$\dfrac{b_i+a_i}{2}$	$F(a_i)$	$F(b_i)$	$F\left(\dfrac{b_i+a_i}{2}\right)$	корень	погрешность	Усл.ост.
1,00000000	3,00000000	2,00000000	1,29583687	-1,17168626	0,15888308		1,00000000	нет
2,00000000	3,00000000	2,50000000	0,15888308	-1,17168626	-0,48776781		0,50000000	нет
2,00000000	2,50000000	2,25000000	0,15888308	-0,48776781	-0,15924305		0,25000000	нет
2,00000000	2,25000000	2,12500000	0,15888308	-0,15924305	0,00119806		0,12500000	нет
2,12500000	2,25000000	2,18750000	0,00119806	-0,15924305	-0,07868831		0,06250000	нет
2,12500000	2,18750000	2,15625000	0,00119806	-0,07868831	-0,03866032		0,03125000	нет
2,12500000	2,15625000	2,14062500	0,00119806	-0,03866032	-0,01870977		0,01562500	нет
2,12500000	2,14062500	2,13281250	0,00119806	-0,01870977	-0,00875050		0,00781250	нет
2,12500000	2,13281250	2,12890625	0,00119806	-0,00875050	-0,00377488		0,00390625	нет
2,12500000	2,12890625	2,12695313	0,00119806	-0,00377488	-0,00128807		0,00195313	нет
2,12500000	2,12695313	2,12597656	0,00119806	-0,00128807	-0,00004492		0,00097656	нет
2,12500000	2,12597656	2,12548828	0,00119806	-0,00004492	0,00057659		0,00048828	нет
2,12548828	2,12597656	2,12573242	0,00057659	-0,00004492	0,00026584		0,00024414	нет
2,12573242	2,12597656	2,12585449	0,00026584	-0,00004492	0,00011046		0,00012207	нет
2,12585449	2,12597656	2,12591553	0,00011046	-0,00004492	0,00003277	2,12591553	0,00006104	да
2,12591553	2,12597656	2,12594604	0,00003277	-0,00004492	-0,00000608	2,12594604	0,00003052	да
2,12591553	2,12594604	2,12593079	0,00003277	-0,00000608	0,00001335	2,12593079	0,00001526	да

Приближенное решение $\tilde{\xi}=x_{14}=2{,}12591553$, погрешность $\Delta_{\tilde{\xi}}=0{,}00006104$, число итераций $k=14$.
Следовательно, приближенное значение корня равно $\tilde{\xi}=2{,}12591553\pm0{,}00006104$.
Запишем приближенное значение корня только верными значащими цифрами в узком смысле.
Имеем $\Delta_{\tilde{\xi}}=0{,}00006104\le\dfrac{1}{2}10^{-3}=\dfrac{1}{2}10^{m-n+1}$, $m=0$, $n=4$. Округлим $\tilde{\xi}=2{,}12591553$ до $n=4$. Получим $\tilde{\xi}_1=2{,}126$, $\Delta_{окр}=\left|\tilde{\xi}-\tilde{\xi}_1\right|\le0{,}000085$, $\Delta_{\tilde{\xi}_1}=\Delta_{окр}+\Delta_{\tilde{\xi}_1}\le0{,}000147$.

Найдем число верных знаков для $\tilde{\xi}_1=2{,}126$. Имеем $\Delta_{\tilde{\xi}_1}=0{,}000147\le\dfrac{1}{2}10^{-3}=\dfrac{1}{2}10^{m-n_1+1}$, $m=0$, $n_1=4$. Так как $n_1=n$, то получим приближенное значение корня с числом верных знаков $n_1=4$.

Ответ: $\tilde{\xi}=2{,}126\pm0{,}000147;\ k=14.$

Вопросы к коллоквиуму:

1. QR-алгоритм.
2. Абсолютная и относительная погрешности и их свойства.
3. Задача о неподвижной точке. Метод простых итераций.
4. Интерполяционный многочлен Лагранжа и Ньютона.
5. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса для численного интегрирования.
6. Квадратурные формулы прямоугольников для численного интегрирования.
7. Квадратурные формулы Симпсона для численного интегрирования.
8. Квадратурные формулы трапеций для численного интегрирования.
9. Квадратурные формулы трапеций и Симпсона для численного интегрирования.
10. Комбинированный метод хорд и касательных решения уравнений.
11. Кубические сплайны.
12. Матрицы вращений и метод вращений решения систем линейных уравнений.
13. Метод Гаусса, Гаусса-Жордана.
14. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений.
15. Метод наискорейшего спуска решения систем линейных уравнений.
16. Метод наискорейшего спуска.
17. Метод Ньютона решения уравнений.

18. Метод окаймления для вычисления обратной матрицы.
19. Метод половинного деления решения уравнений.
20. Метод простых итераций решения систем линейных уравнений.
21. Метод сопряженных градиентов решения систем линейных уравнений.
22. Метод хорд решения уравнений.
23. Метод Якоби для вычисления собственных чисел симметрической матрицы.
24. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши.
25. Методы Эйлера решения задачи Коши.
26. Методы Якоби и Зейделя решения систем линейных уравнений.
27. Модификации метода Ньютона решения уравнений. Метод секущих.

Вопросы к зачету:

1. Абсолютная и относительная погрешности и их свойства.
2. Задача о неподвижной точке. Метод простых итераций.
3. Задача о неподвижной точке. Сжимающие отображения. Метод простых итераций.
4. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса для численного интегрирования.
5. Квадратурные формулы прямоугольников для численного интегрирования.
6. Квадратурные формулы Симпсона для численного интегрирования.
7. Квадратурные формулы трапеций для численного интегрирования.
8. Комбинированный метод хорд и касательных решения уравнений.
9. Матрицы вращений и метод вращений решения систем линейных уравнений.
10. Матрицы вращений и метод вращений.
11. Метод Гаусса, Гаусса-Жордана.
12. Метод наискорейшего спуска решения систем линейных уравнений.
13. Метод Ньютона решения уравнений.
14. Метод окаймления для вычисления обратной матрицы.
15. Метод половинного деления решения уравнений.
16. Метод простых итераций решения систем линейных уравнений.
17. Метод сопряженных градиентов решения систем линейных уравнений.
18. Метод хорд решения уравнений.
19. Метод Якоби для вычисления собственных чисел симметрической матрицы.
20. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши.
21. Методы Эйлера решения задачи Коши.